

**Заключительный этап (финал)
Всероссийской олимпиады студентов «Я – профессионал»
по направлению «Освоение космоса»**

Категория «Бакалавриат»

Билет состоит из **5 заданий**. На все вопросы заданий необходимо дать полный развёрнутый ответ, все приведённые утверждения должны быть максимально обоснованы, решения – максимально подробны. На решение всех заданий билета отводится **240 минут**.

1. Основы устройства летательных и космических аппаратов (20 баллов)

На рисунке 1.1 изображена конструктивная схема части условной ракеты-носителя лёгкого класса. Дайте максимально подробную характеристику представленной части и ракеты-носителя в целом, приведите наименование и краткое описание пронумерованных элементов.

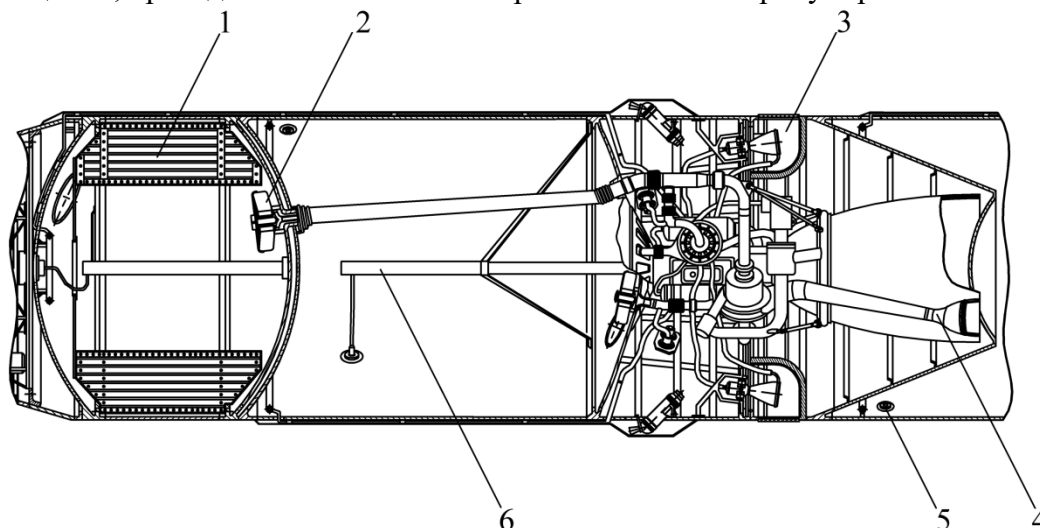


Рис. 1.1. Конструктивная схема части ракеты-носителя

Ответ:

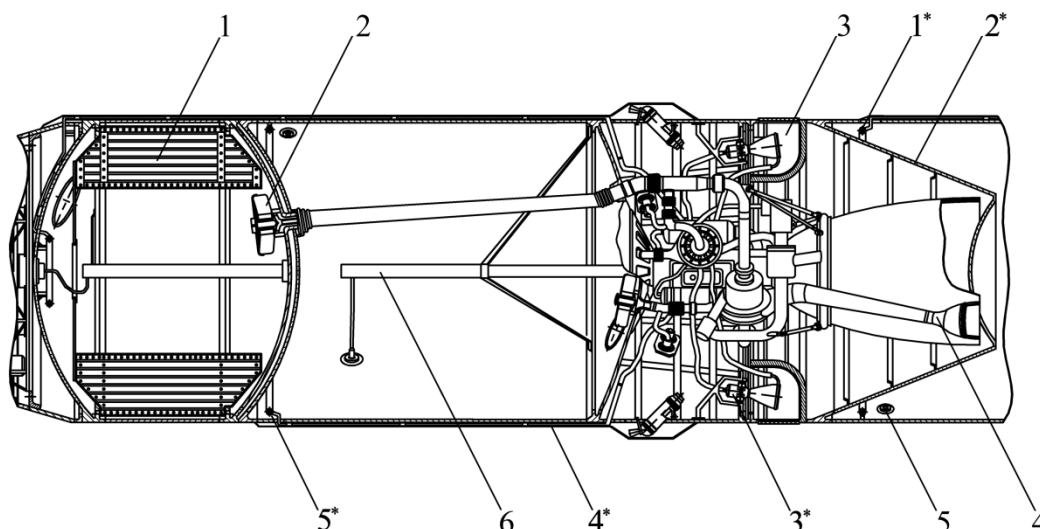


Рис. 1.2. Конструктивная схема ракеты-носителя с дополнительными позициями¹

¹ Дополнительные позиции даны только для лучшего понимания приведённого ниже текста ответа автора.

На рисунке 1.1. представлена верхняя ступень ракеты-носителя, на что указывает наличие элементов бака предыдущей ступени, например, верхнего днища этого бака (поз. 2* на рис 1.2), дренажного отверстия (поз. 5), элементов системы его наддува (поз. 1*).

Наличие совмещённых днищ баков и погружение сопла маршевого двигателя верхней ступени (поз. 2*) в бак предыдущей указывают на то, что перед разработчиками стояла задача сократить длину ракеты. Так как межбаковая стенка двойная, то можно предположить, что компоненты топлива самовоспламеняющиеся. Отсутствие же теплоизоляции в межбаковом пространстве указывает на то, что температура компонентов топлива примерно одинаковая. Всё это характерно для ракет военного назначения шахтного базирования. Соответственно перед нами конверсия межконтинентальной баллистической ракеты.

Скорее всего, исходное исполнение двухступенчатое, компоненты топлива – гептил и тетраоксид азота. В таком случае нижний бак – бак горючего, верхний – бак окислителя. При конверсии обычно добавляется третья ступень, часто представляющая собой разгонный блок.

Судя по разделяющимся трубопроводам подачи компонентов топлива на ступени установлены два двигателя: однокамерный маршевый и четырёхкамерный рулевой (поз. 3*). Маршевый двигатель неподвижен, рулевые могут качаться в шарнирах. Наличие выхлопной трубы (поз. 4) указывает на то, что двигатели работают по открытой схеме (без дожигания генераторного газа). От двигательного отсека можно проследить трубки, идущие через гаргроты (поз. 4*) в кольцевую систему наддува бака (поз. 5*), также не видно баллонов наддува, что указывает на наддув баков газифицированными компонентами топлива.

Схема расположения ступеней – тандемная, баки несущие. Наличие газоотводов продуктов сгорания у рулевых двигателей (поз. 3) указывает на то, что они включаются до отделения предыдущей ступени, что характерно для тёплой схемы разделения ступеней.

Для уменьшения негативных эффектов от колебания компонентов топлива в верхнем баке установлены гасители поперечных колебаний (поз. 1).

Наиболее близко под это описание подходят ракеты семейства UR100 и их конверсионный вариант – ракета-носитель «Рокот».

- 1) Гасители поперечных колебаний предназначены для уменьшения влияния поперечных колебаний компонентов топлива на ракету.
- 2) Воронкогаситель лепесткового типа предотвращает попадание газа наддува в магистраль двигательной установки при практически полной выработке топлива.
- 3) Газоотвод предназначен для отведения продуктов сгорания (выхлопной струи) рулевых двигателей до разделения ступеней.
- 4) Выхлопная труба предназначена для отвода генераторного газа после раскрутки турбины турбонасосного агрегата.
- 5) Дренажный клапан предназначен для сброса избыточного давления наддува в баке
- 6) Датчики системы синхронного опорожнения баков применяются для контроля расхода компонентов топлива в баках и поддержания нужного соотношения горючего и окислителя, поступающих в камеру сгорания.

Критерии оценивания (max 20 баллов)

- Дана характеристика ракеты-носителя (max +12 баллов)
- Приведено наименование пронумерованных элементов (max +4 балла)
- Описано назначение пронумерованных элементов (max +4 балла)

2. **Внешняя баллистика, механика космического полёта (20 баллов)**

Орбитальная станция движется вокруг Марса по эллиптической орбите и имеет период обращения, равный 12 земным календарным суткам. Минимальное расстояние от центра Марса до центра масс станции составляет 5000 км. Масса Марса составляет 10.7% от массы Земли, а его радиус приблизительно равен 3400 км. Чему равна скорость центра масс станции в точке его наибольшего удаления от поверхности Марса?

Решение

Так как $M_M = 0.107M_E$, то $\mu_M = 0.107\mu_E$, где $\mu_E = 398600.4418 \text{ км}^3/\text{с}^2$.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu_M}} = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{0.107\mu_E}}$$

Отсюда большая полуось орбиты $a = 105111.588 \text{ км}$

Следовательно $h_a = 2a - r_p - R = 201823.176 \text{ км}$.

Здесь r_p – радиус перицентра, R – радиус Марса.

Тогда радиус апоцентра

$$r_a = h_a + R = 205223.176 \text{ км},$$

эксцентриситет

$$e = (r_a - r_p)/2a = 0.9524315,$$

фокальный параметр

$$p = 9762.159 \text{ км}.$$

В итоге скорость в апоцентре

$$V_a = \sqrt{\frac{0.107\mu_E}{p}}(1 - e) = 0.099 \text{ км/с}$$

Ответ:

Скорость центра масс станции в точке его наибольшего удаления от поверхности Марса равна 99 м/с.

Критерии оценивания (max 20 баллов)

- Правильно найдена большая полуось орбиты станции (max +5 баллов)
- Правильно найден радиус апоцентра (max +5 баллов)
- Правильно найден фокальный параметр (max +5 баллов)
- Правильно найдена скорость в апоцентре (max +5 баллов)

3. Механика деформированного твёрдого тела (20 баллов)

Груз, имеющий массу M , прикреплен к тросу, который сматывается с барабана неподвижной лебёдки и движется вертикально вниз в поле массовых сил с постоянной скоростью V . Какое максимальное напряжение возникает в тросе, если на длине L развёрнутого троса вращение барабана внезапно прекращается? Моментом инерции барабана и собственным весом троса пренебречь. Жёсткость троса при растяжении считать известной.

Решение

Предполагаем, что при мгновенной остановке троса не происходит потери энергии и вся полная энергия системы (кинетическая плюс потенциальная) перед мгновенной остановкой троса равна полной энергии после остановки троса, когда его удлинение равно δ .

Кинетическая энергия движущего груза перед мгновенной остановкой троса равна $T = \frac{Mg \cdot V^2}{2}$, а его потенциальная энергия в этот момент составит величину $\Pi = Mg(\delta - \delta_{ст})$, где $\delta_{ст} = \frac{Mg \cdot L}{EF}$ – статическое удлинение троса от действия груза, а EF/L жесткость троса при растяжении.

Энергия деформации троса перед мгновенной остановкой равна $U = \frac{EF \cdot \delta_{ст}^2}{2L}$. После остановки в момент, когда трос приобретает максимальное удлинение δ , его энергия деформации равна $\frac{EF \cdot \delta^2}{2L}$.

Приравнивая значения энергии до и после остановки троса получим

$$\frac{Mg \cdot V^2}{2} + Mg(\delta - \delta_{ст}) + \frac{EF \cdot \delta_{ст}^2}{2L} = \frac{EF \cdot \delta^2}{2L},$$

откуда с учетом соотношения $Mg = \frac{EF \cdot \delta_{ст}}{L}$ получим

$$\frac{MV^2}{2} = \frac{EF}{2L} (\delta - \delta_{ст})^2.$$

Решая квадратное уравнение относительно δ , получим соотношение для полного удлинения троса

$$\delta = \delta_{ст} + \sqrt{M \cdot V^2 \cdot L / EF},$$

а максимальное напряжение в тросе при этом равно

$$\sigma = \frac{E\delta}{L} = \frac{Mg}{F} \left(1 + \sqrt{\frac{V^2 \cdot EF}{Mg^2 L}} \right).$$

Ответ:

Максимальное напряжение возникающее в тросе при внезапной остановке

$$\sigma = \frac{Mg}{F} \left(1 + \sqrt{\frac{V^2 \cdot EF}{Mg^2 L}} \right).$$

Критерии оценивания (max 20 баллов)

- Выполнен анализ особенностей деформирования движущегося троса с массой при его мгновенной остановке (max +4 балла)
- Учтено статическое удлинение троса с массой при его движении (max +4 балла)
- Использован закон сохранения полной механической энергии системы (max +4 балла)
- Определено полное удлинение троса после остановки (max +4 балла)
- Получена формула для определения максимального напряжения в тросе (max +4 балла)

4. **Тепловые режимы летательных и космических аппаратов (20 баллов)**

Пассивный ретранслятор представляет собой надувную тонкостенную непрозрачную сферическую оболочку диаметром 40 м. Допустим, что ретранслятор движется по такой околоземной орбите, на которой тепловым воздействием планеты на него можно пренебречь, а плотность потока солнечного излучения составляет 1380 Вт/м^2 . Излучение от внутренней поверхности оболочки принимается серым, диффузным. Излучательная способность внутренней поверхности равна 0,4, внешней – 0,14, поглощательная способность внешней поверхности составляет 0,05. Среда внутри оболочки диатермична. Температура по толщине оболочки считается неизменной, а теплопроводностью вдоль оболочки и конвекцией можно пренебречь. Найти значения максимальной и минимальной температур, достигаемых на оболочке на освещённом участке траектории.

Решение

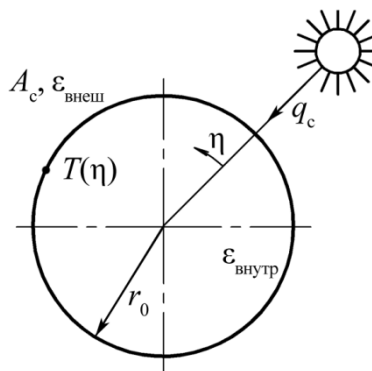


Рис. 4.1. Расчётная схема ретранслятора

Уравнение теплового баланса для элемента поверхности ретранслятора на освещённом участке траектории

$$A_c q_c \cos \eta + \epsilon_{\text{внутр}} q_{\text{пад}} = (\epsilon_{\text{внеш}} + \epsilon_{\text{внутр}}) \sigma T^4(\eta),$$

где A_c – поглощательная способность внешней поверхности; q_c – плотность потока солнечного излучения, Вт/м^2 ; $\epsilon_{\text{внутр}}$ – излучательная способность (степень черноты) внутренней поверхности; $q_{\text{пад}}$ – плотность потока, падающего на внутреннюю поверхность оболочки; $\epsilon_{\text{внеш}}$ – излучательная способность внешней поверхности; $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2\text{К}^4)$ – постоянная Стефана-Больцмана; $T(\eta)$ – температура на поверхности в точке с координатой η (рис. 4.1).

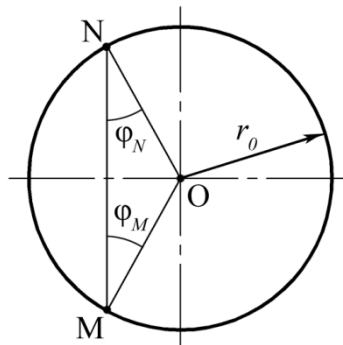


Рис. 4.2. К расчёту радиационного теплообмена внутри оболочки

Элементарная площадка dF_N посылает на единичную площадку с координатами, соответствующими точке М (рис. 4.2), поток излучения

$$dq_{\text{пад}}(M) = q^*(N) d\varphi_{NM},$$

где $q^*(N)$ – плотность эффективного теплового потока на внутренней поверхности, Вт/м²;
 $d\varphi_{NM}$ – элементарный диффузный угловой коэффициент

$$d\varphi_{NM} = \frac{\cos \varphi_N \cos \varphi_M}{\pi(NM)^2} dF_N.$$

Для внутренней поверхности сферической оболочки

$$\cos \varphi_N = \cos \varphi_M = \frac{NM}{2r_0},$$

тогда

$$d\varphi_{NM} = \frac{dF_N}{4\pi r_0^2}.$$

Также для сферической поверхности

$$dF_N = 2\pi r_0^2 \sin \eta d\eta.$$

Особенность геометрии сферы заключается в том, что плотность падающего потока оказывается одинаковой для всех точек внутренней поверхности и равна средней плотности потока эффективного излучения

$$q_{\text{пад}}(M) = \frac{1}{4\pi r_0^2} \int_F q^*(N) dF_N$$

или

$$q_{\text{пад}} = \frac{1}{2} \int_0^\pi q^*(\eta) \sin \eta d\eta.$$

Результирующий тепловой поток для внешней поверхности в общем случае

$$q_{\text{рез}}(\eta) = q(\eta) - \varepsilon_{\text{внеш}} q_0(\eta),$$

где $q(\eta)$ – плотность теплового потока, приходящего на внешнюю поверхность в точку с координатой η ; $q_0(\eta)$ – собственное излучение внешней поверхности в точке с координатой η .

Для стационарного случая

$$q_{\text{пад}} = \frac{1}{2\varepsilon_{\text{внеш}}} \int_0^\pi q(\eta) \sin \eta d\eta$$

или

$$q_{\text{пад}} = \begin{cases} \frac{A_c q_c}{2\varepsilon_{\text{внеш}}} \int_0^{\pi/2} \cos \eta \sin \eta d\eta = \frac{A_c q_c}{4\varepsilon_{\text{внеш}}}, & \eta \in [0, \pi/2] \\ 0, & \eta \in [\pi/2, \pi] \end{cases}.$$

Здесь для освещённой стороны ретранслятора $q(\eta) = A_c q_c \cos \eta$, а для неосвещённой $q(\eta) = 0$.

Тогда для неосвещённой стороны ретранслятора

$$T(\eta) = \sqrt[4]{\frac{q_c}{\sigma} \frac{A_c}{4} \frac{\varepsilon_{\text{внутр}} / \varepsilon_{\text{внеш}}}{\varepsilon_{\text{внутр}} + \varepsilon_{\text{внеш}}}}, \quad \eta \in [\pi/2, \pi].$$

и аналогично для освещённой

$$T(\eta) = \sqrt[4]{\frac{q_c}{\sigma} \frac{A_c}{4} \frac{\varepsilon_{\text{внутр}} / \varepsilon_{\text{внеш}} + 4 \cos \eta}{\varepsilon_{\text{внутр}} + \varepsilon_{\text{внеш}}}}, \quad \eta \in [0, \pi/2].$$

Минимальная температура будет достигаться на неосвещённой стороне рефлектора, а максимальная в точке с координатой $\eta = 0$, тогда

$$T_{\text{max}} = 249 \text{ К}, \quad T_{\text{min}} = 200 \text{ К}.$$

Ответ:

$$T_{\max} = 249 \text{ К}, T_{\min} = 200 \text{ К}.$$

Критерии оценивания (max 20 баллов)

- Записано уравнение теплового баланса для элемента поверхности ретранслятора (max +2 балла)
- Записано соотношение для плотности потока, падающего на внутреннюю поверхность оболочки (max +12 балла)
- Записано соотношение для температуры элемента поверхности ретранслятора (max +4 балла)
- Рассчитаны значения максимальной и минимальной температуры (max +2 балла)

5. Теория колебаний (20 баллов)

Необходимо измерить момент инерции $I_{z\alpha}$ изделия сложной формы. Материал, из которого сделаны его внутренние детали, не известен. Однако известно, что продольная ось изделия является осью его материальной симметрии. Стенд (рис. 5.1) представляет собой технологическую раму, внутри которой может быть соосно закреплён испытываемый образец. Рама может вращаться вокруг оси z и связана с неподвижными частями стенда двумя спиральными пружинами. В положении рамы, показанном на рисунке, пружины не деформированы. Систему «рама+изделие» поворачивают на угол $\varphi = +10^\circ$ и отпускают с начальной угловой скоростью $\omega_z = -5^\circ/\text{с}$, измеряя период колебаний T_α . Такие же действия проводят только с рамой, получая период колебаний T_β , и затем с системой «рама+эталон», получая период колебаний T_γ . Момент инерции эталона относительно оси z известен и равен A . Как рассчитать момент инерции $I_{z\alpha}$ испытываемого изделия по этим данным, если диагональ рамы равна 1.5 м?

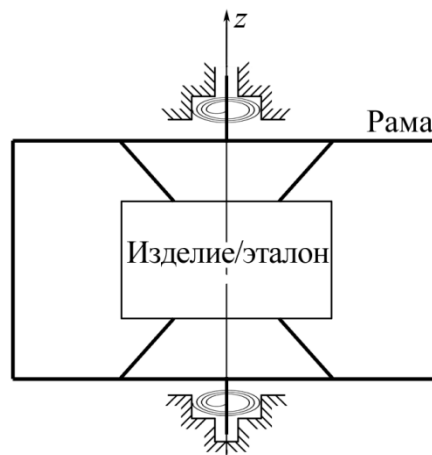


Рис. 5.1. Расчётная схема

Решение

Колебания по углу с амплитудой 10 градусов считаются малыми. Система является консервативной. Пусть k – суммарная жёсткость двух спиральных пружин. Уравнение малых колебаний по углу φ вокруг оси z имеет вид:

$$I_z \ddot{\varphi} + k\varphi = 0.$$

Период таких колебаний выражается формулой:

$$T = 2\pi\sqrt{I_z/k}.$$

Эта величина в теории малых колебаний никак не зависит от начальных условий движения.
 Для всех трёх рассматриваемых случаев:

$$T_\alpha = 2\pi\sqrt{(I_{z\alpha} + I_{z\beta})/k}, T_\beta = 2\pi\sqrt{I_{z\beta}/k}, T_\gamma = 2\pi\sqrt{(A + I_{z\beta})/k}.$$

Отсюда

$$k = \frac{4\pi^2(I_{z\alpha} + I_{z\beta})}{T_\alpha^2} = \frac{4\pi^2 I_{z\beta}}{T_\beta^2} = \frac{4\pi^2(A + I_{z\beta})}{T_\gamma^2}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} I_{z\beta} T_\gamma^2 &= A T_\beta^2 + I_{z\beta} T_\beta^2, I_{z\beta} = \frac{A T_\beta^2}{T_\gamma^2 - T_\beta^2} \\ I_{z\alpha} T_\beta^2 + I_{z\beta} T_\beta^2 &= I_{z\beta} T_\alpha^2 \\ I_{z\alpha} &= \frac{I_{z\beta} (T_\alpha^2 - T_\beta^2)}{T_\beta^2} = \frac{(T_\alpha^2 - T_\beta^2)}{T_\beta^2} \frac{A T_\beta^2}{T_\gamma^2 - T_\beta^2} = \frac{A(T_\alpha^2 - T_\beta^2)}{T_\gamma^2 - T_\beta^2}. \end{aligned}$$

Ответ:

$$I_{z\alpha} = \frac{T_\alpha^2 - T_\beta^2}{T_\gamma^2 - T_\beta^2} A.$$

Критерии оценивания (max 20 баллов)

- Записано дифференциальное уравнение движения механической системы (max + 5 баллов)
- Найден период колебаний (max + 5 баллов)
- Получен момент инерции рамы (max + 5 баллов)
- Найден момент инерции изделия (max + 5 баллов)