



**Заключительный этап (финал)**  
**Всероссийской олимпиады студентов «Я – профессионал»**  
**по направлению «Освоение космоса»**

**Категория «Магистратура/специалитет»**

Билет состоит из **5 заданий**. На все вопросы заданий необходимо дать полный развёрнутый ответ, все приведённые утверждения должны быть максимально обоснованы, решения – максимально подробны. На решение всех заданий билета отводится **240 минут**.

**1. Проектирование и конструирование летательных и космических аппаратов (20 баллов)**

На рисунке 1.1 изображена конструктивная схема одного из вариантов исполнения пирозамка, применяемого в ракетно-космической технике. Опишите назначение этого устройства и последовательность его срабатывания, приведите наименование пронумерованных элементов.

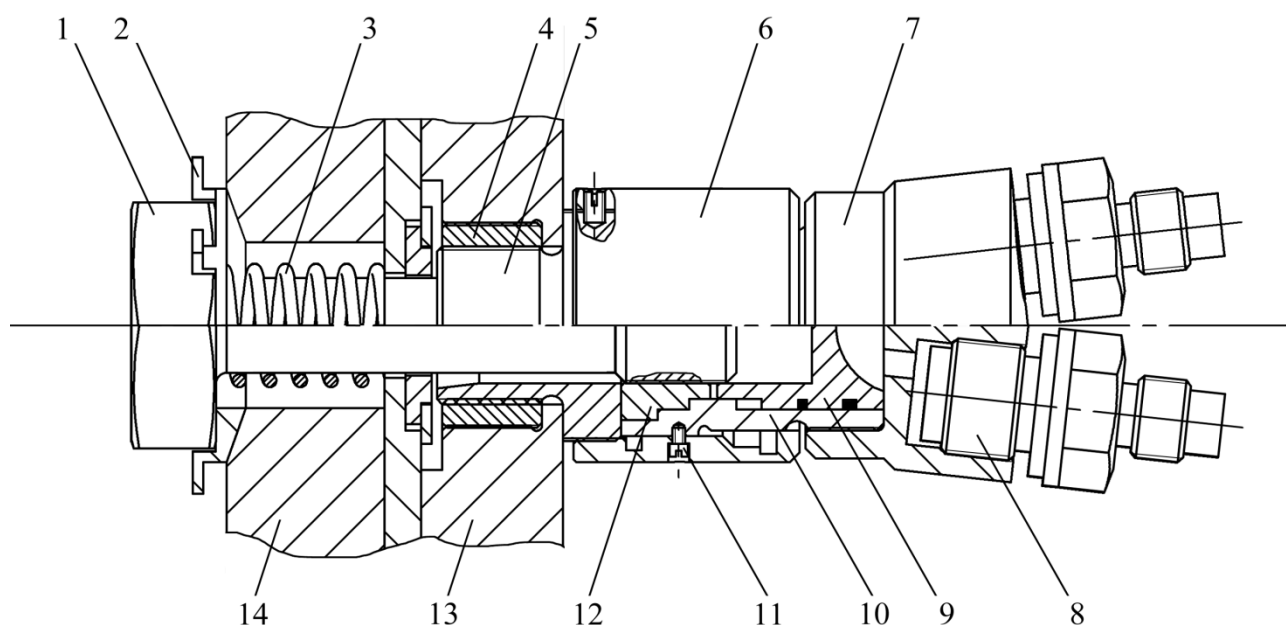


Рис. 1.1. Конструктивная схема пирозамка

**Ответ:**

На рисунке 1.1. изображена конструктивная схема пирозамка с разрезным вкладышем. Пирозамок предназначен для механического соединения двух элементов конструкции аэрокосмического летательного аппарата, в данном случае стенок (шпангоутов) 13 и 14, и их мягкого разделения после его срабатывания.

Последовательность срабатывания:

- 1) подаётся электрический ток в цепь дублируемых пиропатронов (аттенуаторов) 8.
- 2) пиропатроны 8 срабатывают, выделяя пирогазы высокого давления.
- 3) под действием газов поршень 9 проходит вперёд до упора в разрезной вкладыш 12.
- 4) давление в полости, образованной поршнем 9 и корпусом 7, заставляет последний двигаться назад. При этом жертвенный винт 11 срезается за счёт взаимного смещения стакана 10 и корпуса 6, закреплённого на штуцере 5.



- 5) разрезной вкладыш 12 выходит из гнезда стакана 10 и разваливается на части.
- 6) болт 1 освобождается и выталкивается вперёд за счёт пружины 3.

От несанкционированного развинчивания болт 1 фиксируется корончатой шайбой 2.  
Для большей надёжности штуцер 5 (обычно стальной элемент) соединяется со стенкой 13 (обычно выполнена из алюминиевого сплава) через футорку 4.

- 1 – болт (шток);
- 2 – корончатая шайба;
- 3 – пружина;
- 4 – футорка;
- 5 – штуцер;
- 6, 7 – корпус;
- 8 – пиропатрон (аттенюатор);
- 9 – поршень;
- 10 – стакан;
- 11 – жертвенный винт;
- 12 – разрезной вкладыш;
- 13, 14 – стенка (шпангоут).

#### Критерии оценивания (max 20 баллов)

- Правильно идентифицировано представленное пירוустройство и описано его назначение (max +4 балла)
- Правильно описана последовательность срабатывания пירוустройства (max +12 баллов)
- Приведено корректное наименование пронумерованных элементов (max +4 балла)

#### 2. Внешняя баллистика, механика космического полёта (20 баллов)

Межпланетный космический корабль выведен на промежуточную эллиптическую орбиту вокруг Земли. В какой точке орбиты (перигее или апогее) выгоднее включить двигатели для разгона до местной параболической скорости в соответствии с критерием энергетических затрат? Приведите строгое математическое обоснование.

#### Решение

Пусть  $V_p^I$ ,  $V_a^I$  – местная круговая скорость в перигее/апогее,  $V_p^{II}$ ,  $V_a^{II}$  – местная параболическая скорость в перигее/апогее;  $V_a^{\square}$  и  $V_p^{\square}$  – скорости центра масс корабля в апогее и перигее при движении по эллиптической орбите,  $r_p^{\square}$  и  $r_a$  – радиусы перигея и апогея,  $e$  – эксцентриситет орбиты космического корабля. Следовательно,

$$\frac{r_a}{r_p} = \frac{1+e}{1-e},$$

из второго закона Кеплера:

$$V_p r_p = V_a r_a,$$

и из интеграла энергии:

$$e = 1 - \left(\frac{V_a}{V_p^I}\right)^2 = \left(\frac{V_p}{V_p^I}\right)^2 - 1,$$

или



$$e = 1 - 2 \left( \frac{V_a}{V_a^{II}} \right)^2 = 2 \left( \frac{V_p}{V_p^{II}} \right)^2 - 1.$$

Отсюда

$$V_a = V_a^{II} \sqrt{\frac{1-e}{2}}$$

и

$$V_p = V_p^{II} \sqrt{\frac{1+e}{2}}$$

Определим импульс скорости, который требуется сообщить кораблю для достижения местной параболической скорости в перигее и апогее:

$$\Delta V_a = V_a^{II} - V_a = V_a \left( \sqrt{\frac{2}{1-e}} - 1 \right),$$

$$\Delta V_p = V_p^{II} - V_p = V_p \left( \sqrt{\frac{2}{1+e}} - 1 \right).$$

Из последних двух уравнений нетрудно получить следующее:

$$\Delta V_p = A \Delta V_a,$$

где

$$A = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \left( \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1+e}}{\sqrt{2} - \sqrt{1-e}} \right).$$

Легко доказать, что при  $0 < e < 1$  величина  $A < 1$ . Следовательно,

$$\Delta V_p < \Delta V_a.$$

**Ответ:**

В перигее.

### Критерии оценивания (маx 20 баллов)

- Правильно записаны соотношения для  $e$  (маx +5 баллов)
- Правильно записаны соотношения для  $V_a$  и  $V_p$  (маx +5 баллов)
- Правильно записаны соотношения для  $\Delta V_a$  и  $\Delta V_p$  (маx +5 баллов)
- Правильно сделаны выводы о соотношении скоростей (маx +5 баллов)

### 3. Строительная механика летательных и космических аппаратов (20 баллов)

Незакреплённый тонкостенный брус определённой формы, имеющий длину  $L$  м и изготовленный из однородного изотропного материала с нулевым коэффициентом Пуассона, совершает свободные механические колебания без изменения формы и размеров с частотой  $\omega$  рад/с. Определить модуль упругости первого рода материала, из которого изготовлен брус, если плотность этого материала равна  $\rho$  кг/м<sup>3</sup>.

**Решение**

Механическими колебаниями, которые не сопровождаются изменением форм и размеров бруса, являются крутильные колебания цилиндрического бруса.



На рисунке 3.1 показан угол закрутки поперечных сечений  $\varphi(x, t)$  (размерности радианы) и крутящий момент  $M(x, t)$  [Н·м], возникающий в поперечных сечениях бруса. Через  $t$  [с] обозначено время, а через  $x$  [м] продольная координата поперечного сечения.

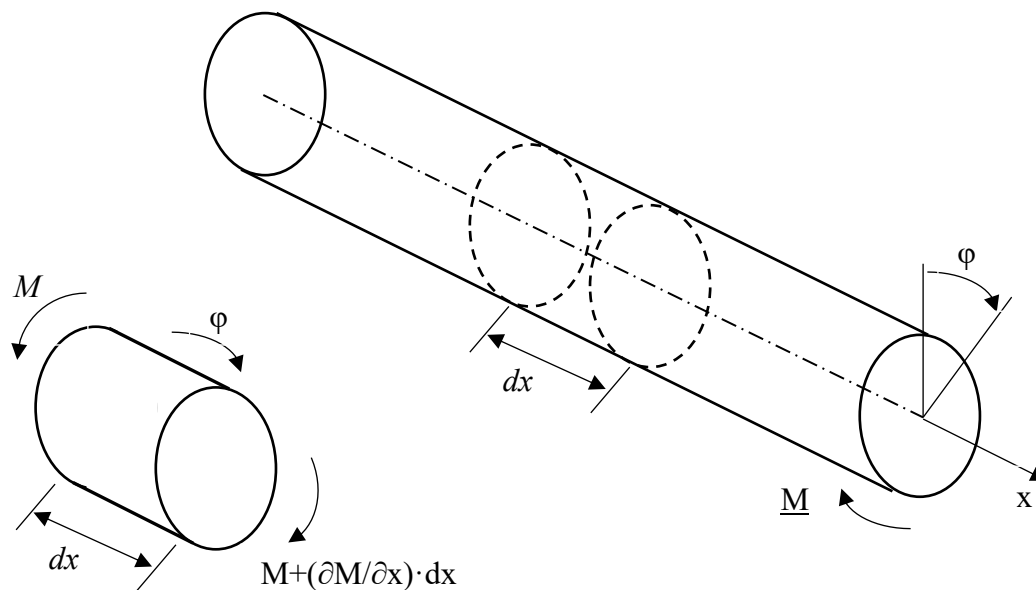


Рис. 3.1. Брус и его элементарный участок

Крутящий момент, возникающий в поперечных сечениях бруса

$$M = GJ \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad (3.1)$$

где

$G$  – модуль сдвига материала,

$J$  – полярный момент инерции поперечного сечения.

Комплекс  $GJ$  можно назвать жёсткостью бруса на кручение.

Дифференциальным уравнением свободных крутильных колебаний бруса является

$$J\rho \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = GJ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}. \quad (3.2)$$

Для решения дифференциального уравнения воспользуемся методом разделения переменных и представим угол закрутки поперечных сечений в виде

$$\varphi(x, t) = A \cdot T(t) \cdot X(x), \quad (3.3)$$

где

$A$  – некоторая константа, определяемая из начальных условий.

Тогда равенство (3.2) можно записать

$$\rho \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} X(x) = G \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} T(t)$$

и

$$\rho \frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} \frac{1}{T(t)} = G \frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} \frac{1}{X(x)}. \quad (3.4)$$

Так как в левая часть равенства формально зависит только от времени  $t$ , а правая часть равенства зависит только от  $x$ , то справедливость равенства (3.4) в любой момент времени и при любой координате может быть обеспечена только при равенстве константам комплексов

$$\frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} \frac{1}{T(t)} = K_1$$

и

$$\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} \frac{1}{X(x)} = K_2.$$



Брус совершает гармонические колебания с круговой частотой  $\omega$ . Потому

$$T(t) = \cos(\omega t + t_0),$$

где

$t_0$  – фаза колебаний по времени в момент времени  $t = 0$ .

Потому

$$\frac{\partial^2 T(t)}{\partial t^2} \frac{1}{T(t)} = -\omega^2. \quad (3.5)$$

Края (при  $x = 0$  и  $x = L$ ) незакрепленной балки свободные. Потому

$$M(0, t) = 0 \text{ и } M(L, t) = 0. \quad (3.6)$$

Эти равенства эквивалентны равенствам

$$X'(0) = 0 \text{ и } X'(L) = 0. \quad (3.7)$$

Опираясь на равенство для  $K_2$ , функция  $X(x)$  имеет вид

$$X(x) = \cos(\sqrt{-K_2}x + x_0),$$

где

$x_0$  – некоторый параметр, определяемый из граничных условий.

Соответственно

$$X'(x) = -\sqrt{-K_2} \sin(\sqrt{-K_2}x + x_0).$$

Применяя граничные условия (3.7), получаем, что

$$x_0 = 0$$

и

$$\sqrt{-K_2} = \frac{\pi n}{L}, \text{ где } n = 1, 2, \dots$$

Потому равенство (3.4) можно представить

$$\rho(-\omega^2) = G \left( -\left(\frac{\pi n}{L}\right)^2 \right).$$

Отсюда

$$G = \rho \omega^2 \left(\frac{L}{\pi n}\right)^2. \quad (3.8)$$

и для изотропного материала с нулевым коэффициентом Пуассона

$$E = 2G = 2\rho \omega^2 \left(\frac{L}{\pi n}\right)^2. \quad (3.9)$$

**Ответ:**

Модуль упругости первого рода материала бруса определяется соотношением:

$$E = 2\rho \omega^2 \left(\frac{L}{\pi n}\right)^2.$$

**Критерии оценивания (max 20 баллов)**

- Указано, что брус цилиндрический и колебания крутильные (max + 4 балла)
- Записана выражение для крутящего момента (3.1) (+ 1 балл)
- Записана дифференциальное уравнение свободных крутильных колебаний цилиндрического бруса (3.2) (max + 2 балла)
- Использован метод разделения переменных (3.3) (+ 1 балл)
- Дифференциальное уравнение свободных крутильных колебаний цилиндрического бруса приведено к виду (3.4) (+1 балл)
- Использовано условие гармонических колебаний бруса (3.5) (+1 балл)
- Записаны граничные условия крутильных колебаний незакрепленного по торцам бруса в моментах (3.6) (+1 балл)
- Записаны граничные условия крутильных колебаний незакрепленного по торцам бруса в функциях формы колебаний (3.7) (+1 балл)
- Получено выражение для сдвигового модуля (3.8) (max +4 балла)



– Получено выражение для модуля упругости первого рода (3.9) (max +4 балла).

4. **Тепловые режимы и термпрочность летательных и космических аппаратов (20 баллов)**

В период работы ракетного двигателя твердого топлива температура  $T(z)$  по толщине стеклопластиковой оболочки корпуса (рис. 4.1) становится неодинаковой. Это происходит как в результате аэродинамического нагрева, так и вследствие возможного теплообмена с продуктами сгорания. Как следствие возникает неравномерность распределения напряжений по толщине оболочки, что может повлиять на прочность отдельных слоёв стеклопластика. Оболочка корпуса имеет радиус  $R = 0.5$  м и толщину  $h = 0.01$  м. Число слоёв по толщине стеклопластиковой оболочки обычно довольно велико, поэтому её материал можно рассматривать как однородный ( $E_1 = 80$  ГПа,  $E_2 = 110$  ГПа,  $\nu_{12} = 0.24$ ,  $\nu_{21} = 0.33$ ,  $\alpha_1 = 10 \cdot 10^{-6}$  1/К,  $\alpha_2 = 15 \cdot 10^{-6}$  1/К). Стеклопластик при нагружении ведёт себя практически упруго вплоть до разрушения, если только его температура не превышает температуру полимеризации связующего. Определить окружные  $\sigma_1$  и меридиональные  $\sigma_2$  напряжения в описанной оболочке как функции координаты  $z$ .

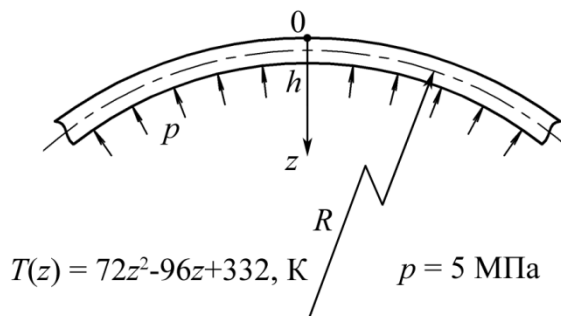


Рис. 4.1. Расчётная схема для стеклопластиковой оболочки

**Решение**

Упругие свойства стеклопластика можно описать соотношениями закона Гука для ортотропного материала при двухосном напряженном состоянии

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1 - \nu_{12}\sigma_2}{E_1} + \alpha_1 T(z) \text{ и } \varepsilon_2 = \frac{\sigma_2 - \nu_{21}\sigma_1}{E_2} + \alpha_2 T(z), \quad (4.1)$$

где  $E_1, E_2$  и  $\alpha_1, \alpha_2$  – модули упругости и коэффициенты линейного расширения материала в меридиональном и окружном направлениях;  $\nu_{12}$  и  $\nu_{21} = \nu_{21}E_2/E_1$  – коэффициенты Пуассона;  $T(z)$  – температура слоя с координатой  $z$ , которая отсчитывается от внешней поверхности оболочки в направлении ее оси. Характерное распределение температуры  $T(z)$  по толщине оболочки работающего двигателя в полете показано на рисунке.

Из условия совместности деформаций слоев оболочки следует, что величины  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  должны оставаться постоянными по ее толщине. Упругие характеристики материала принимаются зависящими от  $z$ . Тогда после почленного интегрирования этих соотношений по  $z$  от 0 до  $h$  получим

$$\int_0^h \varepsilon_1 dz = \varepsilon_1 h = \frac{1}{E_1} \int_0^h (\sigma_1 - \nu_{12}\sigma_2) dz + \alpha_1 \int_0^h T(z) dz = \frac{N_1 - \nu_{12}N_2}{E_1} + \alpha_1 \bar{T}h, \quad (4.2)$$

$$\int_0^h \varepsilon_2 dz = \varepsilon_2 h = \frac{1}{E_2} \int_0^h (\sigma_2 - \nu_{21}\sigma_1) dz + \alpha_2 \int_0^h T(z) dz = \frac{N_2 - \nu_{21}N_1}{E_2} + \alpha_2 \bar{T}h,$$



где  $\bar{T} = \frac{1}{h_0} \int_0^h T(z) dz$  – средняя температура по толщине оболочки, а  $N_1 = \int_0^h \sigma_1 dz$  и  $N_2 = \int_0^h \sigma_2 dz$  –

погонные меридиональное и окружное усилия, определяемые для нагруженной внутренним давлением замкнутой цилиндрической оболочки.

Из выражений (4.1) находят значения  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ , а затем из соотношений (4.2) определяются напряжения

$$\sigma_1 = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} [\varepsilon_1 + \nu_{21}\varepsilon_2 - (\alpha_1 + \alpha_2\nu_{21}) T(z)]$$

и

$$\sigma_2 = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} [\varepsilon_2 + \nu_{21}\varepsilon_1 - (\alpha_2 + \alpha_1\nu_{12}) T(z)],$$

которые с учетом соотношения  $\nu_{12} = \nu_{21} E_1 / E_2$  можно представить в виде

$$\sigma_1 = \frac{pR}{2h} + E_1(\alpha_1 + \nu_{21}\alpha_2) \frac{\bar{T} - T(z)}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

и

$$\sigma_2 = \frac{pR}{h} + E_2(\alpha_2 + \nu_{12}\alpha_1) \frac{\bar{T} - T(z)}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}.$$

Для исходных данных, указанных выше, получаем:

$$\sigma_1 = \frac{5 \cdot 0.5}{2 \cdot 0.01} 10^6 + 80 \cdot 10^9 (10 \cdot 10^{-6} + 0.33 \cdot 15 \cdot 10^{-6}) \frac{308 - T(z)}{1 - 0.24 \cdot 0.33}, \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = \frac{5 \cdot 0.5}{0.01} 10^6 + 110 \cdot 10^9 (15 \cdot 10^{-6} + 0.24 \cdot 10 \cdot 10^{-6}) \frac{308 - T(z)}{1 - 0.24 \cdot 0.33}, \text{ МПа}$$

$$\sigma_1 = 125 + 1.3 [\bar{T} - T(z)], \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = 250 + 2.08 [\bar{T} - T(z)], \text{ МПа}$$

при  $z = 0$   $\sigma_1 = 93.8$  МПа,  $\sigma_2 = 200$  МПа

при  $z = 1$  см  $\sigma_1 = 125$  МПа,  $\sigma_2 = 250$  МПа

### Ответ:

Окружные  $\sigma_1$  и меридиональные  $\sigma_2$  напряжения в описанной оболочке описываются соотношениями:  $\sigma_1 = 125 + 1.3 [\bar{T} - T(z)]$ , МПа и  $\sigma_2 = 250 + 2.08 [\bar{T} - T(z)]$ , МПа.

### Критерии оценивания (max 20 баллов)

- Запись закона Гука для ортотропного материала при двухосном напряженном состоянии с учетом температурных деформаций (max +5 баллов)
- Использование условие совместности деформаций (max +5 баллов)
- Вывод выражений для окружных и меридиональных напряжений (max +5 баллов)
- Проведение вычислений (max +5 баллов)



5. Динамика конструкций летательных и космических аппаратов (20 баллов)

Внутри космического летательного аппарата присутствует элемент конструкции, который можно считать балкой, шарнирно закреплённой по краям (рис. 5.1) и имеющей постоянное квадратное поперечное сечение со стороной  $a = 0.01$  м. Длина балки  $L = 1$  м. Она нагружена продольной сжимающей силой  $P = 9 a^2 \pi^2$  кН и поперечной нестационарной распределённой нагрузкой с циклической частотой  $q$ :  $F(x, t) = 100 \sin(2\pi x) \cos(qt)$ , кН

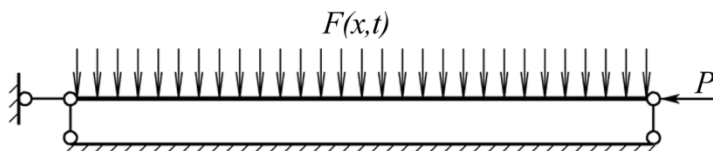


Рис. 5.1. Схема рассматриваемой механической системы

Балка изготовлена из некоторого гипотетического SMART-материала, модуль упругости которого  $E = 0.75$  ГПа, а плотность  $\gamma = 10\pi^4$  кг/м<sup>3</sup>. Этот материал обладает «умными» (управляемыми) свойствами внутреннего демпфирования, которые описываются моделью Фойгта:  $\sigma = E\varepsilon + \beta\dot{\varepsilon}$ , где коэффициент внутреннего демпфирования  $\beta$  [Н·с/м<sup>2</sup>] является настраиваемым, а точка в формуле обозначает производную по времени. Определить коэффициент  $\beta$ , который необходимо задать для данного SMART-материала, чтобы амплитудно-частотная характеристика балки имела монотонный вид.

**Решение**

Уравнение поперечных колебаний стержня постоянного сечения, с учетом внутреннего демпфирования и внешних сил имеет вид:

$$EJ \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + P \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \beta J \frac{\partial^5 u}{\partial t \partial x^4} = 100 \sin(2\pi \cdot x) \cos(q \cdot t), \quad (5.1)$$

где  $u(x, t)$  – прогиб балки,  $J = a^4 / 12$  – момент инерции квадратного сечения,  $\rho = \gamma a^2$  – погонная масса балки.

Для шарнирно закреплённой балки граничные условия имеют вид:

$$u(0, t) = 0, \quad u(L, t) = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{x=L} = 0. \quad (5.2)$$

Применяя метод Бубнова-Галеркина представим прогиб балки в виде суммы

$$u(x, t) = \sum_j W_j(x) \phi_j(t), \quad (5.3)$$

где

$$W_j(x) = \sin \frac{j\pi x}{L} \quad (5.4)$$

балочная функция для  $j$ -того тона колебаний ( $j=1 \dots \infty$ ), удовлетворяющая граничным условиям (5.2).

Подставляя решение (5.3) в уравнение (5.1) и проводя нормализацию

$$\int_0^L \left[ EJ \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + P \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \beta J \frac{\partial^5 u}{\partial t \partial x^4} \right] W_k dx = 100 \cos(q \cdot t) \int_0^L \sin(2\pi \cdot x) W_k dx, \quad k = 0 \dots \infty, \quad (5.5)$$

получим систему уравнений, описывающих динамику обобщенных координат по каждому тону колебаний. Причем, в силу условий ортогональности, уравнения этой системы будут независимыми.





$$\ddot{\phi}_k + 2n_k \dot{\phi}_k + \omega_k^2 \phi_k = f_k(t), \quad k = 1 \dots \infty$$

где  $f_k(t) = 0$  для всех  $k \neq 2$ . Только для второго тона колебаний  $k = 2$  получим уравнение вынужденных колебаний в котором может иметь место резонанс:

$$\ddot{\phi}_2 + 2n_2 \dot{\phi}_2 + \omega_2^2 \phi_2 = F_2 \cos(q t)$$

$$\omega_2^2 = \frac{4(4EJ\pi^4 - PL^2\pi^2)}{L^4\rho}; \quad n_2^2 = \frac{8\beta J\pi^4}{L^4\rho}; \quad F_2 = \frac{100}{\rho} \quad (5.6)$$

подставляя, получим

$$\omega_2^2 = \frac{16 \frac{3}{4} 10^9 \frac{a^4}{12} \pi^4 - 4 \cdot 9000 a^2 \pi^2 \pi^2}{10\pi^4 a^2} = \frac{10^9 10^{-4} - 36000}{10} = 10000 - 3600 = 6400;$$

$$n_2^2 = \frac{8 \beta \frac{a^4}{12} \pi^4}{10\pi^4 a^2} = \frac{2}{3} \frac{\beta 10^{-2}}{10} = \frac{2}{3} \beta 10^{-3}; \quad F_2 = \frac{100}{10\pi^4 10^{-2}} = \frac{1000}{\pi^4}$$

условие резонанса дает  $q = \omega_2 = 80$

вынужденные колебания определяются частным решением неоднородного уравнения

$$\phi_{2\text{ч.н.}} = K F_2 \cos(q t),$$

где  $K$  – коэффициент динамичности

$$K = ((\omega_2^2 - q^2)^2 + (2 n_2 q)^2)^{-1/2}.$$

Известно,

$$K = \omega_2^{-2} \left[ \left( 1 - \frac{q^2}{\omega_2^2} \right)^2 + \frac{4 n_2^2 q^2}{\omega_2^2 \omega_2^2} \right]^{-1/2}$$

$$K = \omega_2^{-2} \left( (1 - Q)^2 + \frac{4 n_2^2}{\omega_2^2} Q \right)^{-1/2}, \quad \text{где } Q = \frac{q^2}{\omega_2^2},$$

что максимум коэффициента динамичности

$$\frac{dK}{dQ} = - \frac{\frac{4 n_2^2}{\omega_2^2} + 2(Q - 1)}{2((Q - 1)^2 + 4 n_2^2 Q)^{3/2} \omega_2^2} = 0$$

возникает при  $4 \frac{n_2^2}{\omega_2^2} + 2(Q - 1) = 0$ , откуда

$$Q_{\max} = \frac{q^2}{\omega_2^2} = \sqrt{1 - \frac{2 n_2^2}{\omega_2^2}} \quad (5.7)$$

Для случая, когда амплитуда вынужденных колебаний при резонансе не возрастает, максимум достигается при  $\frac{q}{\omega_2} = 0$ .

Откуда

$$n_2 = \omega_2 \sqrt{2}/2$$

или

$$\frac{2}{3} \beta 10^{-3} = 80\sqrt{2}/2.$$

Таким образом коэффициент демпфирования можно найти как

$$\beta = \frac{3 \cdot 80 \sqrt{2}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 60000 \sqrt{2} \approx 84852,8 \text{ Н с/м}^2.$$

**Ответ:**

84853 Н с/м<sup>2</sup>

**Критерии оценивания (max 20 баллов)**

- Составлено уравнение поперечных колебаний (5.1) и заданы граничные условия (5.2) (max + 5 баллов)



- Выбран метод решения задачи и балочная функция (5.4) (max + 4 балла)
- Найдены квадрат собственной частоты и декремент колебаний (5.6) (max + 3 балла)
- Определено условие (5.7) (max + 5 баллов)
- Найдено числовое значение параметра  $\beta$  (max + 3 балла)